


## النصوص العربية المؤسسة للهندسة اللا إقليدية

كتاب "تحرير أصول الهندسة والحساب" لإقليدس – أنموذجا-

Arabic texts founded for non- Euclidean Geometry Book "editing the principles of Geometry and Arithmetic" by Euclid as a model

1 بعيرة عقيلة 

1 جامعة باتنة 1، الجزائر

تاريخ الاستلام : 2024/04/30 ؛ تاريخ القبول : 2024/07/09 ؛ تاريخ النشر : 2024/07/15

## ملخص

حظي علم الهندسة باهتمام العلماء المسلمين والعرب على اختلاف مشاربهم وتخصصاتهم، فكان الكندي أول فيلسوف للعرب يعتقد أن الإنسان لا يكون فيلسوفاً من غير أن يلم بعلم الهندسة، ولهذا أوضح أن البراهين أساس الرياضيات وألف في الهندسة رسالة عن علم الهندسة الكروية، ففتح الباب واسعاً للاهتمام بالهندسة حيث؛ ترجمت كتب إقليدس وتم تجاوز مضامينها المعرفية، من قبل العلماء المسلمين وعلى رأسهم نصير الدين الطوسي (1201-1274م)، مما جعل المؤرخون للعلوم الرياضية يعترفون بأنه يعتبر نقطة التحول في تطور علم الهندسة وظهور الهندسة اللا إقليدية الجديدة التي تلعب الآن دوراً كبيراً في دراسة الفضاء الطبيعي، وتفسيرات النظرية النسبية الخاصة والعامية، وحتى نظرية الكوانتم. يهدف البحث إلى الكشف عن النصوص المكتوبة باللغة العربية، والتي حررها نصير الدين الطوسي، والتي ينتقد من خلالها المسلمة الخامسة لإقليدس، ويؤسس للهندسة اللا إقليدية، التي امتد تأثيرها إلى الرياضيات المعاصرة، كما يهدف إلى معرفة تأثير هذه النصوص في الإنجازات الجديدة في علم الهندسة والرياضيات والفيزياء.

**الكلمات المفتاحية:** نصوص عربية، هندسة لا إقليدية، نصير الدين الطوسي، تاريخ العلوم، حساب.

**Abstract:**

Geometry science has got the attention of Muslim and Arab scientists of different backgrounds and specialities. Thus, Al-kindī was the first philosopher of the Arabs who believed that man was not a philosopher without being familiar with the science of geometry. Hence, he explained that proofs are the basis of mathematics. In geometry, he wrote a treatise on spherical geometry. Hence, this opened a wide door to interest in geometry while Euclid's books were translated and went beyond tacit knowledge from Muslim Scientists led by Nasir al- dine al –Tusi. Which made his historians confess that it is of Historians of mathematical sciences confession that. It is considered the shifting point In the growth of geometry science as well as the emergence of neo-Euclidean geometry which presently Plays a crucial role in the study of natural space. The explications of the special and the general theory of relativity and even the quantum theory. It aims to know the impact of these texts on contributions in geometry Mathematics and physics.

**Keywords:** Arabic texts, arithmetic, history of science, non-euclidean geometry, Nasir al-Din al-Tusi

\*الكاتب: عقيلة بعيرة، البريد الإلكتروني [akila.baira@univ-batna.dz](mailto:akila.baira@univ-batna.dz)

## مقدمة

كانت الهندسة من أبرز وجوه الحضارة الإنسانية؛ فمنذ أن بدأ الإنسان ببناء البيوت، وإعداد الأراضي للزراعة والتي كان بحاجة إلى الهندسة، كما أن الهياكل العظيمة والجميلة التي خلفتها الأمم في جميع أقطار العالم القديم: في العراق ومصر والصين والهند، تدل على العبقرية التي يتمتع بها الإنسان في الهندسة، غير أن هذه الهندسة كانت في جميع تلك الأقطار صناعة عملية أكثر مما كانت علماً نظرياً.

وقد اشتغل الإغريق بالهندسة القديمة، ولم يتركوا زيادة لمستزيد في العالم القديم، ولم يستطع أحد بعد إقليدس الذي دون علم الهندسة في السنوات (320-330) ق م، أن يزيد على هذا العلم شيئاً أساسياً، وبعدها أصبحت نسياً منسياً، إلى أن جاء المسلمون واهتموا بها حينما أهملتها الشعوب كلها، حفظوها من الضياع أولاً، وبرعوا في قضاياها وشرحوها وفرعوها ثانياً، بل زادوا عليها وانتقدوا الهندسة الإقليدية في أصولها.

ومما يؤسف له حقا أن هذا التراث أهمل ولم يلتفت إليه حتى أصبح لدى الكثير سواء من الخاصة أو العامة، المثقفين وغير المثقفين اعتقاد أنه لم يكن لأجدادنا أي جهد علمي، وأنه لم ينشأ بين المسلمين من استطاع أن يبلغ في ميدان العلم والمعرفة مبلغ علماء وفلاسفة اليونان ولا مبلغ علماء أوروبا وعباقتها.

فالإشكالية بدأت حين تم العثور على نصوص باللغة العربية ترجع إلى القرن الثالث عشر الميلادي ينتقد فيها نصير الدين الطوسي الهندسة الإقليدية، بينما الاعتقاد الذي كان سائداً أن الهندسة الإقليدية تم نقدها فقط من طرف لوبا تشوفيسكي الروسي وريمان الألماني خلال القرن التاسع عشر، فما هي النصوص المكتوبة باللغة العربية والتي حررها نصير الدين الطوسي، والتي ينتقد من خلالها المسلمة الخامسة لإقليدس والهندسة الإقليدية عموماً ويؤسس للهندسة اللا إقليدية، التي امتد تأثيرها إلى الرياضيات المعاصرة؟ وما مدى تأثير هذه النصوص في الإنجازات الجديدة في علم الهندسة والرياضيات والفيزياء؟

يهدف البحث إلى الكشف عن النصوص المكتوبة باللغة العربية، والتي حررها نصير الدين الطوسي، والتي ينتقد من خلالها الهندسة الإقليدية عموماً والمسلمة الخامسة له على الخصوص، ويؤسس للهندسة اللا إقليدية، التي امتد تأثيرها إلى الرياضيات المعاصرة، كما يهدف إلى معرفة تأثير هذه النصوص في الإنجازات الجديدة في علم الهندسة والرياضيات والفيزياء.

وعليه كان الاستقراء هو المنهج الأساسي للبحث؛ وذلك لجمع النصوص المكتوبة باللغة العربية والتي تنتقد الهندسة الإقليدية، كما تم استخدام مناهج أخرى كالمناهج الفرضية الاستنباطية في تحليل مفاهيم هذه النصوص، والمنهج الاستردادي في قراءة ما كُتب عن الهندسة في القديم والحديث، إلى جانب اعتماد العديد من الآليات المنطقية؛ كالتعريف وإعادة التعريف والتعريف بالمقابلة وآلية السبر والتقسيم. فجاءت تخطيطه متضمنة لأربعة مباحث؛

اختص المبحث الأول: بتعريفات البحث؛ حيث وقف عند التعريف بنصير الدين الطوسي، ثم التعريف بكتاب: "تحرير أصول الهندسة والحساب لإقليدس"، ثم التعريف بالهندسة اللا إقليدية والهندسة الإقليدية.

وأهتم المبحث الثاني: بعرض نماذج من النصوص العربية التأسيسية للهندسة اللا إقليدية من خلال كتاب: "تحرير أصول الهندسة والحساب لإقليدس"، حيث عرض نماذج..

أما المبحث الثالث: فحاول أن يبين دور النصوص العربية في الإنجازات الجديدة في علم الهندسة وعلم الرياضيات.

### دراسات سابقة

أما الدراسات السابقة فقد كُتبت الكثير في مجال الهندسة الإقليدية ومساهمة العلماء المسلمين في فقه هذه الهندسة والزيادة عليها بل وتجاوزها بنقدها وإنشاء أنساق هندسية جديدة، منها الدراسات التي اهتمت بالتأريخ للعلوم التي ساهم المسلمون في إنشائها أو تطويرها، كالدراسة التي قام بها عمر فروخ، أو التي قام بها رشدي راشد، أو التي قام بها أحمد عبد الحليم عطية، أو الدراسات التي أنجزها أحمد فؤاد باشا،... إلخ، غير أن جل هذه الدراسات إما يغلب عليها طابع العرض التاريخي أو التحليل الفلسفي، ولا وجود للدراسات التي اهتمت بعرض النصوص العربية التي اختصت بالتأسيس للهندسة اللا إقليدية ومناقشتها مناقشة علمية.

### تعريفات البحث

#### التعريف بنصير الدين الطوسي:

هو محمد بن محمد بن الحسن نصير الدين الطوسي المكنى (أبا جعفر)، ولد في مدينة (طوس) من بلاد خراسان، ودرس العلوم والفلسفة على يد ابن يونس، ويختلف نصير الدين الطوسي عن شرف الدين المظفر بن محمد بن المظفر الطوسي، الذي عاش في القرن الثاني عشر، للاستزادة(راشدي، 1998، ص17).

عرف الطوسي كيف يستغل الفرص فقد أنفق معظم الأموال التي كانت تحت تصرفه في شراء الكتب النادرة وبناء مرصد مراغة في أذربيجان، الذي بدأ تأسيسه سنة 657هـ، وزوده بمعدات وأدوات الرصد الفلكي الضخمة والأكثر دقة في عصره، بحيث تحول هذا المرصد إلى معهد للأبحاث. ويروي كتاب آثار باقية أن محي الدين المغربي كان أيضا أحد أعضاء لجنة المرصد، وكيفية مجيئه؛ هي أن هولاكو لما استولى على حلب مقر حكومة الملك الناصر، سمع رجلا يصيح "أنا منجم" فأمر بالإبقاء عليه وإرساله إلى (مراغة) حيث يقيم نصير الدين الطوسي ("طوقان، 2018م، ص346).

عُرِف الطوسي بتعدد قدراته ومهاراته، فبالإضافة إلى أنه كان عالما في الرياضيات والفلك والطب، فقد كان فيلسوفا ومنطقيا وشاعرا ولاهوتيا وأخلاقيا، كما كتب في الجغرافيا والطبيعات والموسيقى، وكانت مؤلفاته بالعربية وأحيانا بالفارسية.

عمل الطوسي في الشرح والتلخيص والتعليق والتحرير لكثير من مؤلفات الشعوب الرياضية والفلكية، وأعد تقويما شهيرا عرف بالتقويم (الإيلخاني)، ويرجع إليه الفضل(فارس، موسوعة علماء العرب والمسلمين، 1993م، ص207-209)في أنه من الأوائل الذين طوروا علم المثلثات المستوية والكروية وجعلوا منه علما مستقلا عن الفلك، وقطع في الفلك أشواطاً تضاهي تلك التي قطعها في مجال الهندسة والرياضيات. والطوسي من الأعلام الذين تشير إليهم الموسوعات ودوائر المعارف الدولية والعالمية، ويلقى تقديرا من المشتغلين بتاريخ العلوم مثل جورج سارتون الذي أحصى أكثر من ستين رسالة للطوسي، ومن قبل الهيئات والمؤسسات المهمة بحضارة الحقبة الإسلامية. وتضم مؤلفات الطوسي العديد من الاختصاصات نذكر منها: كتاب إقليدس، أصول الهندسة والحساب لإقليدس، تحرير المناظر لإقليدس، كتاب تحرير الكرة والأسطوانة لارخميدس، تحرير معرفة مساحة الأشكال البسيطة والكرية، كتاب التحرير في الهندسة، وقضى الطوسي آخر أيامه في بغداد يقوم الباحث بإدراج دراسات سابقة في الميدان مع مراعات تسلسلها الزمني.

التعريف بكتاب: "تحرير أصول الهندسة والحساب لإقليدس":

كتاب: "تحرير أصول الهندسة والحساب لإقليدس" اختُلف في نسبته، فقد ساد الاعتقاد عند جل مؤرخي العلوم أنه ل: (نصير الدين الطوسي)، لكن (فؤاد سيزكين) بيّن أنه لشارح مجهول، ونسب خطأ إلى (نصير الدين الطوسي)، ومهما يكن الأمر فإن هذه المسألة تحتاج إلى تحقيق علمي دقيق يخرج النص إخراجاً علمياً، ويتحقق من نسبه لصاحبه تحقيقاً علمياً، والذي يهمننا الآن هو مضمون الكتاب؛ فالنسخة الوحيدة التي عثرت عليها، هي النسخة التي طبعتها رومة سنة 1594م، والتي أعاد إصدارها بنفس الصورة (فؤاد سيزكين) سنة (1418هـ-1997م) ضمن منشورات معهد تاريخ العلوم العربية الإسلامية في فرانكفورت بجمهورية ألمانيا الاتحادية.

ورغم أن التعريف بالكتاب ورد في الكثير من كتب التراجم وتاريخ العلوم وكتب الفهارس وكتب تصنيف العلوم (سارتون، 2010م، ص103)، إلا أن أوضح صورة للتعريف بالكتاب وردت في الديباجة التي افتتح بها (نصير الدين الطوسي) الكتاب، فقد بين أن كتاب: "الأصول الهندسية" هو كتاب قديم وجد قبل إقليدس، وأن إقليدس دعي من طرف الملك لتهديب الكتاب وترتيبه، فهذب ورتبه على ثلاثة عشر مقالة، واشتهر الكتاب باسمه، "ثم نشأ بعد زمان بعسقلان رجل يقال له (أنسقلوس) برز في العلوم الرياضية، وألحق المقالتين بالكتاب بعد تهذيبهما، فصار الكتاب بهما خمس عشرة مقالة - كما كان قبل إقليدس -، ثم نقل إلى العربية مرتباً على خمس عشرة مقالة، واشتهر من النسخ المنقولة نسختان؛ إحداهما هي التي أصلها ثابت بن قرة الحراني، والأخرى هي التي نقلها وأصلحها حجاج بن مطر، ثم أخذ في تهذيب الكتاب جماعة كثيرة من المتأخرين طلباً للإيجاز والإيضاح..." (الطوسي، 1997م، ص2).

يذكر نصير الدين الطوسي في سبب إعادة تأليفه للكتاب: "ثم إنني لما تأملت فيما حكيت، قوي عزمي على أن أرتب الكتاب على ثلاثة عشر مقالة كما فعله إقليدس، وأسلك فيه طريقة جامعة بين المتن والشرح، وأستخرج جميع ما هو بالقوة إلى الفعل مما يتوقف عليه براهين أشكاله، وأفضل مقدماتها بعضها عن البعض على ترتيب صناعي، وأنبه على اختلاف وقوع كل شكل له اختلاف وقوع، وعلى الاستبانة إن كانت، وأميز عنها مسائل المقالتين الأخيرتين بالإشارة إليها، وأحيل على كل شكل يقع مقدمة لبراهين بعض أشكال الكتاب بالكتابة لا بالرقوم، وأذكر عدده فقط إن كانت المقدمة والنتيجة من مقالة واحدة وعدد المقالة مع ذلك إن كانتا من مقالتين وأكرر شكلاً واحداً مراراً كثيرة في مسألة واحدة إذا وقع الاحتياج إليه ليكون الكتاب بذلك كاملاً في نصابه وجامعاً لمقاصد طلابه، وأسأل الله تعالى في جميع ذلك العصمة عن الغواية في الرواية والصون عن طغيان العلم في الكتابة إنه على كل ذلك قدير وبالإجابة جدير" (الطوسي، 1997م، ص3).

#### التعريف بالهندسة الإقليدية والهندسة اللا إقليدية:

"الهندسة اسم مشتق من الهنداز، معرب أب أنداز، فأبدلت الزاي سينا لأنه ليس لهم دال بعده زاي" (الفيروز آبادي، 2005م، ص582)، والمهندس مُقَدَّرٌ مجاري القُنْيِ حيث نُحْفَرُ، فالهندسة اسم دخيل على اللغة العربية من اللغة الفارسية. أما من الناحية الاصطلاحية فهي "العلم الرياضي الذي يبحث في الخطوط والأبعاد والسطوح والزوايا والكميات أو المقادير المادية من حيث خواصها وقياسها أو تقويمها، وعلاقة بعضها ببعض" (العربية، 2004م، ص997)، وقال ابن خلدون: الهندسة "هي النظر في المقادير: إما المتصلة كالخط والسطح والجسم، وإما المنفصلة كالأعداد وما يعرض لها من العوارض الذاتية مثل أن كل مثلث فزواياه مثل قائمتين... والكتاب المترجم لليونانيين في هذه الصناعة كتاب إقليدس، ويسمى كتاب الأصول أو كتاب الأركان، وهو أبسط ما وضع فيها للمتعلمين، وأول ما ترجم من اليونانيين أيام أبي جعفر المنصور، ونسخه مختلفة باختلاف المترجمين، فمنها ما هو لحنين بن إسحاق وثابت بن قرة وليوسف بن الحجاج... وهو يشتمل على

خمس عشرة مقالة... واعلم أن الهندسة تعيد صاحبها إضاءة في عقله واستقامة في فكره، لأن براهينها كلها بينة الانتظام، جليلة الترتيب لا يكاد الغلط يدخل أقيستها" (ابن خلدون، 1930م، ص407)، في رسائل إخوان الصفا موجز جيد للهندسة، "ولكن إخوان الصفا يتناولون الأشياء الطريفة لأنهم أرادوا أن يتخذوا من العلم والفلسفة وسيلة لبث آرائهم الدينية والاجتماعية" (فروخ، 1970م، ص147).

أما الهندسة اللا إقليدية فالحديث عنها يقتضي الحديث عن المسلمة الخامسة التي قال فيها جورج سارطون: "أعظم ما أنتج إقليدس، تلك المسلمة التي كان لها الفضل أكثر من أي شيء آخر في تخليد كلمة "إقليدس" (سارتون، 2010م، ص88)، لأن المسلمة الخامسة في حاجة إلى برهان، لكن لا يمكن البرهنة عليها، بل فقط يجب قبولها لأنها صحيحة دوماً، وهذا هو معنى "المُسَلِّمة"، أي يجب التسليم بها دون برهان، ورفض هذه المسلمة أو محاولة استبدالها بقواعد هندسية قابلة للبرهان أو مسلمات ومصادرات أخرى غير قابلة للبرهان، هو الذي أنتج أنساقاً هندسية جديدة خارج النسق الإقليدي، وهذه الأنساق سميت بالهندساتاللا إقليدية، يقول سارتون: "ولقد سبق أن ذكرنا أصحاب هذه الهندسة أمثال؛ (ساكيري)، و(لامبرت)، و(جاوس)، وكما أنه لا يمكن البرهنة على المسلمة الخامسة، فإننا غير ملزمين بقبولها، ولذلك فدعنا نرفضها بإمعان، وقد كان العالم الروسي لوباتشوفيسكي (1793-1856م) أول من عمل على بناء هندسة جديدة بمسلمة معارضة... ثم تلاه ريمان (1826-1866م) الألماني" (سارتون، 2010م، ص90)، وبهذا يكون (جورج سارطون) قد تجاهل تماماً أسبقية وأهمية الهندسة اللا إقليدية التي أنشأها نصير الدين الطوسي وابن الهيثم والبيروني.

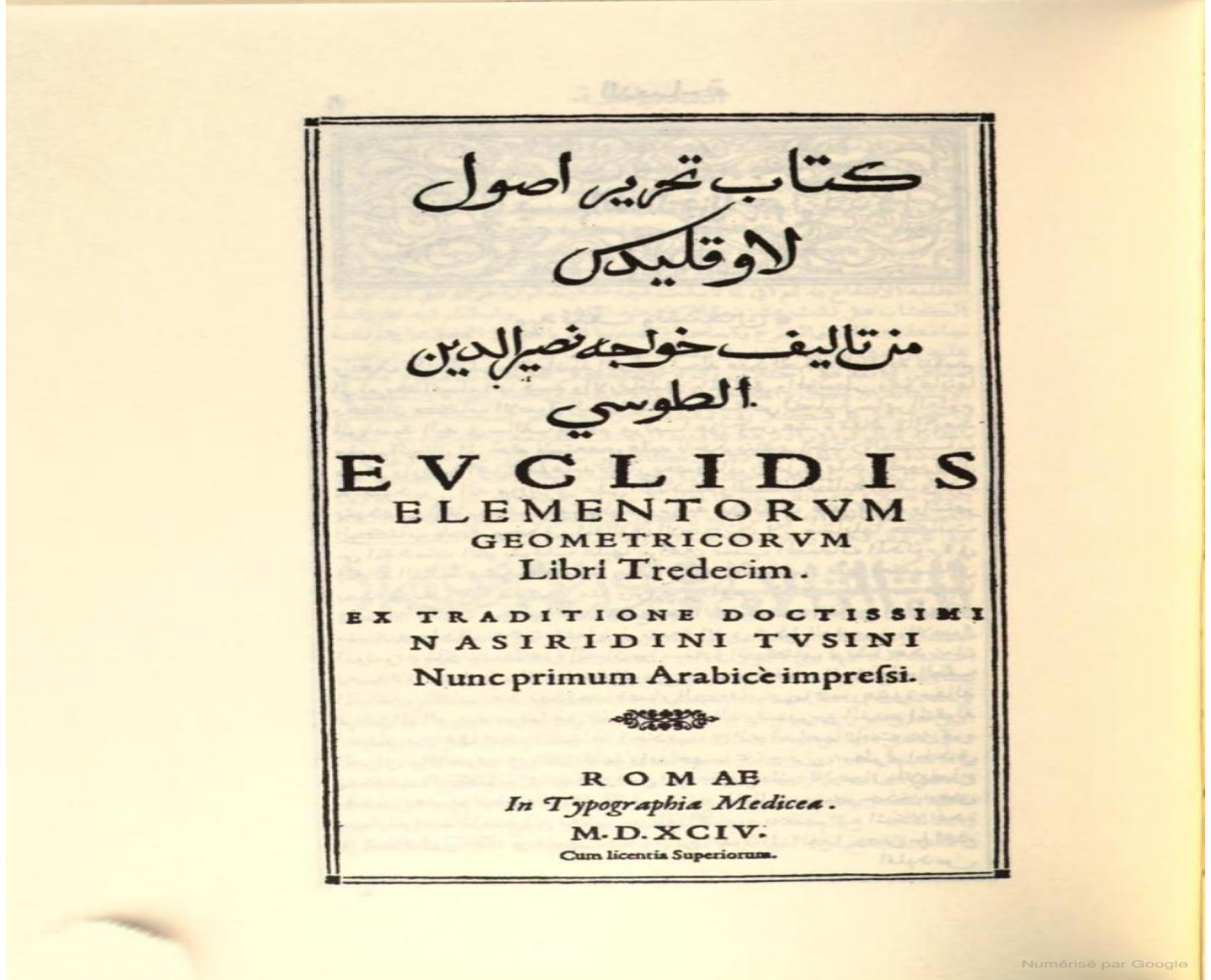
#### نماذج من النصوص العربية التأسيسية للهندسة اللاإقليدية

اعتبر إقليدس في "أصول الهندسة" أن المسلمات الخمس التي تنطلق منها سائر العلوم الهندسية هي: يمكن أن نخط خطاً مستقيماً بين أي نقطتين، وأن نمد خطاً مستقيماً على استقامته، وأن نرسم دائرة على أية نقطة وبأي بعد، وأن الزوايا القائمة كلها متساوية، وإذا قطع خط مستقيم خطين مستقيمين آخرين فصير الزاويتين الداخليتين على جهة بعينها أنقص من قائمتين فإن المستقيمين يلتقيان في تلك الجهة إذا مدا على استقامتهما. ويلاحظ أن المسلمات الثلاثة الأولى ما هي إلا رسوم هندسية للخط المستقيم والدائرة، والمسلمة الرابعة تقرر حقيقة تساوي الزوايا القائمة وجعلها مقياساً تقاس الزوايا بها وتنسب إليها. أما المسلمة الخامسة فهي نظرية يتحقق فيها التقاء مستقيمين مرسومين على سطح واحد إذا تحقق شرط محدد (باشا، 1983م، ص57-58).

جاء نصير الدين الطوسي في أوائل القرن الثالث عشر الميلادي، وأظهر براعة فائقة في معالجة المسلمة الخامسة من مسلمات إقليدس، وقدم برهاناً جديداً على أن مجموع زوايا المثلث تساوي قائمتين، فتداولته كتب الهندسة التي تدرس في جامعات العالم، وقال عنه المؤرخون أنه بداية عصر جديد في علم الرياضيات الحديثة.

يبدأ برهان نصير الدين الطوسي برسم عمودين ح أ، د ب على المستقيم ا ب من النقطتين ا ب بحيث يكون ح ا = د ب ويقعان على نفس الجهة من المستقيم أ ب، ثم وصل النقطتين د، ح، وحاول أن يبرهن أن الزاويتين د ح أ، ب د ح قائمتان. فرض أن الزاوية د ح أ ليست قائمة، وبذلك فهي إما تكون زاوية حادة أو زاوية منفرجة. وإذا كانت زاوية د ح أ حادة فإن الزاوية ح د ب ستكون منفرجة وهذا يجعل المستقيم ح أ أطول من المستقيم ب د، وهو مناقض للفرض، فالزاوية د ح أ ليست حادة. وإذا كانت الزاوية د ح أ منفرجة، فإن الزاوية ح د ب ستكون حادة وهذا يجعل المستقيم ح أ أقصر من المستقيم ب د، وهذا أيضاً مناقض للفرض، فالزاوية د ح أ ليست منفرجة. وبذلك توصل نصير الدين الطوسي إلى أن الزاوية د ح أ

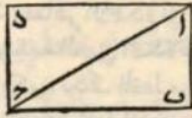
يجب أن تكون زاوية قائمة. وبتكرار الطريقة نفسها توصل إلى أن الزاوية ح د ب يجب أن تكون أيضا قائمة ومن ثم استنتج أن الزوايا الأربع للشكل الرباعي أ ب د ح جميعها قائمة، وبالتالي فإن مجموع زوايا المثلث يساوي زاويتين قائمتين، وأن المثلث أ ب د، أ ح د متطابقان، كما استنتج أن مجموع زوايا كل من المثلثين يساوي نصف مجموع زوايا الشكل الرباعي أ ب د ح (الطوسي، 1997م، ص 3-20) (باشا، 1983م، ص 90).



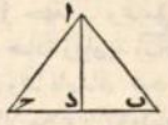
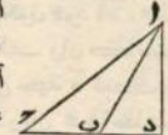
المقالة

٣٥

باستبانة الشكل الحادي عشر ونفصل منه  $\overline{ح د}$  يساوي  $\overline{أ ب}$  بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي  $\overline{أ د}$  بخط مستقيم فخط  $\overline{أ د}$  كخط  $\overline{ب ح}$  وزاوية  $\overline{أ د ح}$  قائمة بالمقدمة الثانية فلان ضلعي  $\overline{أ ب}$   $\overline{ب ح}$  وزاوية  $\overline{أ ب ح}$  من مثلث  $\overline{أ ب ح}$  مساوية لضلعي  $\overline{أ د ح}$  وزاوية  $\overline{أ د ح}$  كل لنظيره فبالشكل الرابع زاوية  $\overline{أ د ح}$  كزاوية  $\overline{ب أ ح}$  وزاوية  $\overline{ب ح د}$  المساوية



لزاويتي  $\overline{ب ح أ}$   $\overline{د ح أ}$  قائمة فزاويتنا  $\overline{ب أ ح}$   $\overline{ب ح د}$  كقائمة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ثم ليكن زاوية منفرجة فاقول ان الزوايا التلت من مثلث  $\overline{أ ب ح}$  كقائمتين برهانه فلان زاوية  $\overline{أ ب ح}$  منفرجة وزاويتي كل مثلث اقل من قائمتين بالشكل السابع عشر فزاوية  $\overline{أ ب ح}$  حادة واذا وقع خط مستقيم فالزاويتان المحاديتان كقائمتين بالشكل الثالث عشر وزاوية  $\overline{أ ب ح}$  حادة فالزاوية المجاورة لها منفرجة فاذا اخرجنا من نقطة  $\overline{أ}$  عمود  $\overline{أ د}$  علي ضلع  $\overline{ب ح}$  بالشكل الثاني عشر فلا يمكن ان يقع علي احدي نقطتي  $\overline{ب ح}$  والا لكانت زاوية  $\overline{أ ب ح}$  او زاوية  $\overline{أ ب د}$  قائمة ولبست ولا يمكن ان يقع بين نقطتي  $\overline{ب ح}$  او علي ضلع  $\overline{ب ح}$  بعد اخراجه في جهة  $\overline{ح}$  والا يلزم ان يكون زاويتنا مثلث وهما زاويتنا  $\overline{أ ب د}$  او زاويتنا  $\overline{أ ب ح}$  احدهما  $\overline{أ د ح}$  المجاورة لزاوية  $\overline{أ ب ح}$  والثانية زاوية  $\overline{أ د ب}$  من قائمتين وهما اصغر منهما بالشكل السابع عشر فبقع علي ضلع  $\overline{ب ح}$  بعد اخراجه في جهة  $\overline{ب}$  فيكون كل واحد من مجموع زاويتي  $\overline{د أ ب}$   $\overline{أ ب د}$  و  $\overline{د أ ح}$   $\overline{أ د ح}$  كقائمة فاذا القينا زاوية  $\overline{د أ ب}$  المشتركة تبقي زاوية  $\overline{أ ب د}$  متساوية لزاويتي  $\overline{ب أ ح}$   $\overline{ب ح د}$  لكن زاويتي  $\overline{أ ب د}$   $\overline{أ ب ح}$  كقائمتين بالشكل الثالث عشر فزاوية  $\overline{أ ب ح}$  مع زاويتي  $\overline{ب أ ح}$   $\overline{ب ح د}$  كقائمتين وذلك ما اردنا ان نبين ثم ليكن زوايا مثلث  $\overline{أ ب ح}$  كلها حواد فاقول ان زوايا المثلث كقائمتين برهانه نخرج من نقطة  $\overline{أ}$  عمود  $\overline{أ د}$  علي ضلع  $\overline{ب ح}$  بالشكل الثاني عشر فلا يقع علي احد نقطتي  $\overline{ب ح}$  والا لكانت القائمة حادة ولا علي  $\overline{ب ح}$  بعد اخراجه في احدي جهتيه والا لكانت زاويتنا مثلث اعظم من قائمتين وهما اما زاويتنا  $\overline{أ ب د}$  او زاويتنا  $\overline{أ ب ح}$  وحي اصغر من قائمتين بالشكل السابع عشر فبقع بين نقطتي  $\overline{ب ح}$  فيكون زاويتنا  $\overline{أ ب د}$   $\overline{أ ب ح}$  كقائمة وزاويتنا  $\overline{أ د ح}$   $\overline{أ د ب}$  كقائمة ايضا بالشكل الاول من هذه المقدمة فبكون جميع زوايا مثلث  $\overline{أ ب ح}$  كقائمتين وذلك ما اردنا ان نبين واذا تعهرت هذه المقدمات فنقول ليكن الخطان المستقيمان اللذان وقع عليهما خط مستقيم خطي  $\overline{أ ب ح}$  والخط الواقع عليهما خط  $\overline{ح د}$  قاطعا اياهما علي نقطتي  $\overline{ح د}$  ولتصير زاويتي



الأولي

٢٩

جهتي الخطيين ومصاغرة ان اخذنا نعتبر في الجهة الاخرى من جهتي  
 الخطيين فان الخطيين المستقيمين موضوعان على التباعد في جهة تعاضم  
 الاعمدة وعلى التقارب في الجهة الاخرى وفي جهة تصاعر الاعمدة الي ان  
 يتقاطع الخطان الماران كل واحد من الخطوط المستقيمة التي هي اعمدة على  
 احد الخطيين قاطعا لذلك الخط على زوايا قائمة لا يكون لذلك الخط مبدل  
 الي الاعمدة ولا عنها فيكون كل واحد من الاعمدة قاطعا للخط الاخر من  
 الخطيين المستقيمين على زاويتين احدهما حادة والاخرى منفرجة  
 ويكون جميع زوايا الحادة الي جهة تقارب الخطيين وجميع زوايا المنفرجة الي  
 جهة تباعدهما ويكون لذلك الخط مبدل الي كل واحد من الاعمدة في جهة  
 التقارب ومبدل عن كل واحد منها في جهة التباعد وهاتان القضبتان  
 بديهتان استعملهما بعض المهندسون من المتقدمين والمتأخرين على  
 انهما بديهتان  $\text{ب د}$  والمقدمة الثانية كل خطين مستقيمين خارجا  
 من طرفي خط مستقيم في جهة واحدة عمودين عليه وكانا متساويين  
 ووصل بين طرفيهما بخط مستقيم فكل واحدة من الزاويتين الحادتين  
 من العمودين والخط المستقيم الواصل بين طرفيهما قائمة لبيكن الخط  
 المستقيم  $\text{أ ب}$  والعمودان المتساويان  $\text{أ ب د}$  ووصل  
 بين نقطتي  $\text{د}$  طرفيهما بخط مستقيم فاقول ان كل  
 واحدة من زاويتي  $\text{أ د ب د}$  قائمة برهانه فلانه  
 لو ليكن زاوية  $\text{أ د ب}$  قائمة لكانت اما حادة او منفرجة فان كانت حادة  
 كان خطا  $\text{أ ب د}$  موضوعين على التقارب في جهة  $\text{د}$  فيكون عمود  $\text{أ ب}$  اعظم  
 من عمود  $\text{ب د}$  بالمقدمة الاولى وهما متساويان هذا خلف وان كانت  
 منفرجة كان خطا  $\text{أ ب د}$  موضوعين على التباعد في جهة  $\text{د}$  فيكون  
 عمود  $\text{أ ب}$  اصغر من عمود  $\text{ب د}$  بالمقدمة الاولى وهما متساويان هذا خلف  
 فزاوية  $\text{أ د ب}$  قائمة ومثله تبين ان زاوية  $\text{ب د د}$  قائمة  $\text{ب د د}$   
 واقول ايضا ان خط  $\text{د}$  يساوي خط  $\text{أ ب}$  برهانه فلان  $\text{د}$  لو ليكن  
 $\text{أ ب}$  لكان اصغر منه او اعظم فان كان اصغر يلزم ان يكون خطا  $\text{أ ب د}$   
 موضوعين على التقارب في جهة  $\text{د}$  وعلى التباعد في جهة  $\text{ب}$  فيكون زاوية  
 $\text{أ ب د}$  او  $\text{ب د د}$  حادة وزاوية  $\text{د ب د}$  او زاوية  $\text{أ د ب}$  منفرجة بالقضية  
 الثانية من المقدمة الاولى وهما قائمتان هذا خلف وان كان  $\text{د}$  اعظم  
 من  $\text{أ ب}$  كان خطا  $\text{أ ب د}$  موضوعين على التقارب في جهة  $\text{ب}$  وعلى  
 التباعد في جهة  $\text{د}$  فيكون زاوية  $\text{د ب د}$  حادة او  $\text{أ د ب}$  حادة وزاوية  $\text{أ ب د}$   
 او  $\text{ب د د}$  منفرجة بالقضية الثانية من المقدمة الاولى وهما قائمتان هذا  
 خلف المقدمة الثالثة كل مثلث مستقيم الاضلاع فان زواياه  
 الثلث كقائمتين وليكن زاوية  $\text{أ ب د}$  من مثلث  $\text{أ ب د}$  قائمة فاقول ان  
 $\text{ب د د}$  قائمة برهانه نخرج من نقطة  $\text{د}$  عمود  $\text{د د}$  على ضلع  $\text{ب د}$





### دور هذه النصوص العربية في الإنجازات الجديدة في علم الهندسة وعلم الرياضيات

"يعترف المؤرخون للعلوم الرياضية بأن برهان نصير الدين الطوسي يعتبر نقطة التحول في تطور علم الهندسة وظهور الهندسة اللا إقليدية الجديدة التي تلعب الآن دورا عظيما في دراسة الفضاء الطبيعي وتفسيرات النظرية النسبية، بعد أن تطورت على يد لوبا تشوفيسكي الروسي، وريمان الألماني، وغيرهما" (باشا، 1983م، ص59) (سعيدان، 1991م)، وبولادة هذه الهندسات شهد الفكر الرياضي تطورا كبيرا خلال النصف الثاني من القرن التاسع عشر الميلادي، حيث تحول فكر الإنسان من مفهوم الحقيقة إلى مفهوم الاتساق أو الأنساق، وأصبح الإنسان لكي يبني نظاما معرفيا، أو نظاما من الموضوعات (المسلمات أو المصادر)، لا يحتاج أن يكون هذا النظام المعرفي أو هذه الموضوعات أو القضايا أو النظريات متوافقة مع مفهوم الحقيقة، وخاصة إذا كانت تلك الموضوعات أو الأنظمة المعرفية غامضة أو خاطئة أو يصعب الحكم عليها، لأن الاتساق وليس الحقيقة هو الذي أضحى مفتاح الفكر الرياضي الحديث، وكانت هذه نقطة انعطاف كبيرة في تاريخ الفكر الرياضي خصوصا والفكر البشري عموما، حيث بدأت تتضح أكثر فأكثر "الطبيعة الفكرية الفرضية الاستنتاجية للرياضيات" (باكير، 2016م، ص118).

وما يهمنا في هذا التطور هو أن الرياضيات سلكت المنحى الفكري، بدل التركيز على الحسابات التي كانت تميزها والتي كانت مثقلة بها، كان من نتائج ذلك ظهور الكثير من المفاهيم الرياضية الحديثة التي كان لها دور كبير في نموها، منها على سبيل المثال لا الحصر؛ مفهوم الزمرة، والفضاء الشعاعي الخطي، لأنها قامت بدور بارز في بلورة مفهوم البنية في الرياضيات، ثم انتقالها بعد ذلك إلى العلوم الإنسانية واللسانية والاجتماعية فيما يسمى "البنوية".

كما بدأت مرحلة جديدة متمثلة في تجبير المنطق، أي إدخال الجبر في علم المنطق، مع أعمال الرياضي البريطاني (جورج بول) (1815-1864م)، حيث كان صاحب مشروع تحويل التفكير المنطقي إلى نوع من أنواع الجبر، "وكان ذلك إيذانا بولادة المنطق الرمزي، الذي يعد الحلقة الأساسية في تطور التفكير المنطقي في سياقه الرياضي، لأن ذلك ألبس المنطق عباءة الجبر التي تتسم بالصرامة والدقة، وذلك من خلال كتابه الشهير "بحث في قوانين الفكر" (باكير، الفكر المنطقي عند جورج بول، 1997م، ص170).

كما ظهرت فروع جديدة في الرياضيات منها؛ "الجبر المجرد" و"التوبولوجيا"، ثم "التحليل الدالي (التابعي)"، حيث بدأت تصطبغ هذه الفروع باللون الفكري مع ضمور الحسابات فيها.

غير أننا نجد أكثر العلماء والفلاسفة الذين كان لهم الدور الكبير في ظهور هذا الاتجاه الفكري للرياضيات جماعة (نيكولا بورباكي) وخاصة في كتابها المعروف "مبادئ الرياضيات" الذي جمعوا فيه كل ما له قيمة في الرياضيات، وصدر الجزء الأول سنة 1939م في فرنسا.

وما سرّع أيضا هذا الاتجاه الفكري للرياضيات في القرن العشرين هو النمو الهائل لنظرية المجموعات والتوبولوجيا، والجبر المجرد، والتحليل الدالي، ونظرية القياس وغيرها.

كذلك أصبحت الرياضيات إلى جانب اللغة تلعب دورا هاما في تنشيط الجانب الذهني للمتلقي وتساهم في تكوين البنية التصورية عنده، فالرياضيات بالتنشيط الذهني واللغة بخاصية الانزياح والتصريف "فالانزياح والتصريف هما الخاصيتان

المميزتان للغة البشرية من بين الخاصيات الكثيرة التي يتم تجاهلها، عند تصميم الأنظمة الرمزية لأغراض أخرى التي قد ترفض شروط المقروئية التي تفرضها على اللغة البشرية عمارة العقل/الدماغ (نعوم، 2009م، ص 51).

وعلى الرغم من وضوح موضوع الرياضيات ومنهجها وأهدافها وطبيعتها، إلا أنه لا توجد معالم واضحة لمعرفة تحولها إلى مهمة "بناء الأنظمة المعرفية" و"الأنظمة العقلية"، وهذا ربما ناشئ من طبيعة الهدف، أو من طبيعة المكان الذي تسعى الرياضيات للوصول إليه (مكان إقليدس، مكان لوبا تشوفيسكي، مكان ريمان)، والسمة البارزة في هذه الوظيفة الفكرية، أنه لا يوجد طريق واحد للوصول إلى الهدف، بل توجد طرق عديدة لبلوغه تتعدد بتعدد الفرضيات؛ فقد تغير منهجها من المنهج الاستنتاجي إلى المنهج الفرضي الاستنتاجي القائم على فكرة الأنساق الأксиومية (وآخرون، 2009م، ك axiom).

فمنذ أرسطو كان الاعتقاد السائد أن موقف المتلقي من قوانين الفكر، ومن القوانين الرياضية هو ذاته في جميع أرجاء المعمورة وعند الشعوب قاطبة، بغض النظر عن ذهنية هذه الشعوب ودياناتها وثقافتها ولغاتها، لكن منذ ظهور الأنساق الهندسية (الهندسات اللإقليدية)، تبين أن الأمر يختلف وأن هناك ما يسمى بـ: "جغرافية الفكر" أو بيئة المتلقي وخلفيته الثقافية ورغباته وميولاته واهتماماته، "كان يُعتقد منذ أرسطو أن أنماط الفكر الإنساني واحدة، بمعنى أن الجميع يفكرون ويستنتجون ويستقرنون وفق طرائق منطقية واحدة، وأن ذوقهم المنطقي واحد، وهذا ما أثبت علم نفس الثقافة بطلانه" (أي، 2014م، ص 7)، وتبين منذ ذلك الحين أن العقائد والثقافات والممارسات الاجتماعية كلها تؤثر في طريقة التفكير عند الإنسان، وأصبح ينظر إلى الرياضيات والقوانين المنطقية على أنها عادات ثقافية، وغدت الرياضيات من المؤشرات التي تعبر عن ثقافة الشعوب وتساهم في حركة تاريخهم وبناء أنظمتهم المعرفية، يقول عالم الرياضيات البريطاني جون ماكليش: "إن المعرفة الرياضية، سواء كانت مرتبطة بالمخططات المعمارية الضخمة، أو بطرق القوافل التجارية والعسكرية، أو بوضع التقويم، أو بنوع المحاكمة المستعملة في حل المشكلات القانونية العويصة، ليست شيئا مستقلا وقائما بذاته، بل هي جزء من مجموع التفاعلات البشرية" (جون، 1999م، ص 10). أي أن المعرفة الرياضية ليست معزولة عن محيطها، بل أنها وليدة الثقافة والبيئة التي تنتمي إليها.

ومما يدل على تحكم العوامل الثقافية في الرياضيات في تلك الحقبة الزمنية الإغريقية، هو تصور المدرسة الفيثاغورية للعدد، وتصور الفكر الإغريقي عموما للظواهر الفلكية يقول يوسف كرم: "قمضوا يصورون العالم كما شاءت لهم غير حافلين بالواقع، كأنما كانت مهمتهم تكوين العالم لا تمثيله وتفسيره، فقالوا مثلا : أن العدد الكامل هو العشرة، لأنه مؤلف من الأعداد جميعا، وحاصل على خصائصها جميعا، فيلزم أن الأجرام السماوية المتحركة عشرة، ولكن لما كان المعروف المنظور منها تسعة فقط، فقد وضعوا أرضا غير منظورة مقابلة لأرضنا إلى أسفل ليكملوا العدد عشرة" (كرم، 2012م، ص 25)، لذلك اهتم الفيثاغوريون بالجانب الباطني لبعض الأعداد وليس على خواصها الرياضية.

## الأدوات و الطريقة

بما أن البحث نظري مداره معالجة نصوص من كتاب: "تحرير أصول الهندسة والحساب لإقليدس" لمؤلفه نصير الدين الطوسي، فإننا اعتمدنا مجموعة من الآليات المنطقية، الخاصة بتحليل النصوص؛ كآلية تفكيك النص إلى الوحدات الثلاثة: الحد، والفضية، وصولا إلى النص كمتوالية تجمع بين مجموعة من القضايا بواسطة علاقات منطقية تحدد طبيعة

النص ما إذا كان برهانيا، أو حجاجيا، كما اعتمدنا بعض استراتيجيات القراءة وتحليل النصوص المعهودة إلى جانب المنهج الذي صرحنا به في المقدمة.

## النتائج

وفي نهاية التحليل توصل البحث إلى مجموعة من النتائج أهمها:

- إن ولادة الأنساق الهندسية أدى إلى تحول فكر الإنسان من مفهوم الحقيقة إلى مفهوم الاتساق، وأصبح الإنسان لكي يبني نظاما معرفيا، لا يحتاج إلى مفهوم الحقيقة، وخاصة إذا كانت تلك الأنظمة المعرفية غامضة أو خاطئة أو يصعب الحكم عليها، لأن الاتساق وليس الحقيقة هو الذي أضى مفتاح الفكر الرياضي الحديث، وكانت هذه نقطة انعطاف كبيرة في تاريخ الفكر الرياضي خصوصا والفكر البشري عموما، حين تحول من المنهج الاستنتاجي إلى المنهج الفرضي الاستنتاجي القائم على البناء الأكسيومي.

- إن ظهور الأنساق الهندسية أو ما سمي بالهندساتاللا إقليدية يرجع أساسا إلى نقد المسلمة الخامسة لأقليدس (مسلمة التوازي) التي تقول: من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم مواز واحد فقط، ذلك أن إقليدس كان يتصور أن المكان مستوي مسطح درجة انحنائه تساوي الصفر، وهو تصور بطليموس الذي كان سائدا في ذلك العصر، ولما كان للمسلمين تصور جديد للمكان (كروي)، انتقدوا المسلمة الخامسة وأثبتوا أنه إما يوجد عدد غير منته من المتوازيات، أو أنه لا يوجد مواز إطلاقا، هذه الافتراضات هي التي فتحت الباب أمام ظهور الأنساق الهندسية، وإنتاج نصوص عربية تشهد على عبقرية المسلمين وعبقرية لغتهم.

- إن أغلب النصوص والمخطوطات المتعلقة بالرياضيات والهندسة موجودة في المراكز البحثية العالمية، وهي غير محققة تحقيقا علميا، ولا هي متاحة للوصول إليها بالطرق الإلكترونية، والدراسات حول ما أنتجه المسلمون في هذا الموضوع (الأنساق الهندسية) قليلة جدا، وما هو موجود أنجز من طرف المستشرقين الذين لم ينصفو المسلمين ولم تكن دراساتهم دراسات علمية موضوعية، إذ غالبا ما يؤصلون أبحاثهم في الفكر اليوناني، وينسبون كل الإبداعات إلى فلاسفة اليونان.

## مناقشة النتائج

- إن البناء الرياضي الجديد إلى جانب اللغة، أصبحا لا يقتصران على تنشيط الجانب الذهني للمتلقي فقط، وإنما يساهمان أيضا في تكوين البنية التصورية عنده، فالرياضيات تقوم بتنشيط الذهن وهيكلته، واللغة بخاصية الانزياح والتصريف وتشقيق الكلام، وهذا يقود إلى أن اللغة والهندسة عاملين أساسيين في بناء الأنظمة المعرفية في عالمنا المعاصر.

- إن ظهور الأنساق الهندسية غير وجهة الرياضيات من الوجهة الحسابية إلى الوجهة الفكرية، فتغير المنهج وتوسع الموضوع، وانبثقت الكثير من المفاهيم الرياضية الجديدة، التي ساهمت في تشعب علم الرياضيات من جهة، ولوجه إلى مختلف العلوم من جهة أخرى، وظهرت تيارات فكرية جديدة من جهة ثالثة؛ فمفهوم الزمرة، والفضاء الشعاعي الخطي، أدى إلى بلورة مفهوم البنية في الرياضيات، ثم بعد ذلك "البنوية" في العلوم اللسانية واللغوية والإنسانية والاجتماعية.

- إن الدليل التاريخي الذي يؤكد أهمية الأنساق الهندسية في بناء الأنظمة المعرفية والتحكم فيها، هو تاريخ نصير الدين الطوسي ذاته، فقد أنفق الطوسي معظم الأموال التي كانت تحت تصرفه في شراء الكتب النادرة وبناء مرصد مراغة، وزوده بمعدات وأدوات الرصد الفلكي الضخمة والأكثر دقة في عصره، بحيث تحول هذا المرصد إلى معهد للأبحاث، لأن هولاء كان يدرك تماما أهمية ذلك في السيطرة على المنطقة.

- إن العمل على رصد أهم التوجهات الرياضية للعالم الإسلامي وإبراز خصائصها وطبيعتها، سينجم عنه تصنيف غير مسبوق لتوجهات الرياضيين في المغرب والمشرق الإسلاميين، فالدراسات السابقة لم تكن تميز اتجاهات الممارسة الرياضية لدى علماء الإسلام، كما لم تكن تهتم كثيرا بدواعي اهتمام كل عالم بالعلم الرياضي، في حين أن التعرف على هذا المعطى، سيكشف عن المساهمات الحقيقية للعلماء المسلمين في مجال الرياضيات والهندسة على الخصوص، وسنتمكن أخيرا من فرز الاتجاهات الكبرى داخل الرياضيات الإسلامية وممثليها.

## الخاتمة

وفي الختام يتبين من خلال البحث أن هناك توجهين للرياضيات عند الطوسي وغيره من الرياضيين المسلمين؛ اتجاه رياضي فلسفي نظري اهتم أساسا بنظرية الأعداد والهندسة وعلم الفلك النظري. واتجاه رياضي ديني عملي اهتم بالرياضيات لفوائدها العملية في بعض المسائل الشرعية أو المدنية أو العمرانية.

لهذا ينبغي: تخصيص أبحاث مستقلة وجهود علمية إضافية، في جمع التراث المخطوط الخاص بعلم الهندسة عموما وعلم الرياضيات على الخصوص وتحقيقه تحقيقا علميا كاملا، ثم إجراء أبحاث دقيقة وعميقة حول سبل تطوير هذا العلم وتجديده حسب المعطيات العلمية المستجدة في علم الهندسة بكل تفرعاتها.

كما أن هناك ضرورة لإنجاز بحث حول مساهمة علماء الجزائر في علم الرياضيات عموما وفي علم الهندسة على الخصوص، فلقد كانت هناك العديد من المساهمات التي لم تلق اهتماما وهي مبثوثة في كتب التراجم خاصة كتاب: معجم أعلام الجزائر ل: عادل نويهض.

وفي الأخير هناك ضرورة ملحة لجمع تراثنا العلمي وإعادة كتابة تاريخنا العلمي و الثقافي، فقد أنتج أبو القاسم سعد الله "تاريخ الجزائر الثقافي" وهي اللجنة الأولى التي تدفعنا إلى الاستمرار في البناء والتشييد.

## لمحة حول الكاتب

**Dr. AKILA BAIRA** is a lecturer at the University of Batna 1 Algeria. Her field of research includes intellectual currents, contemporary critical curricula, interactive literature, and scientific writing techniques. She published several articles, and scientific books and participated in many national and international conferences, forums, and scientific seminars.  
ORCID : <https://orcid.org/0009-0008-1837-0268>

## المراجع

- ابن القاضي، المكناسي. (1971م)، درة الحجال في أسماء الرجال، ط1، تحقيق: محمد الأحمد أبو النور، ج2، دار التراث: القاهرة.
- ابن خلدون، عبد الرحمن. (1348هـ-1930م)، المقدمة، دط، القاهرة: المطبعة الأزهرية بجوار الأزهر.
- باشا، أحمد فؤاد. (1403هـ-1983م)، التراث العلمي للحضارة الإسلامية ومكانته في تاريخ العلم والحضارة، ط1، دار المعارف: القاهرة.
- باشا، أحمد فؤاد. (1434هـ-2013م)، معجم المصطلحات العلمية في التراث الإسلامي، ط1، نشر جامعة مصر للعلوم والتكنولوجيا: القاهرة.
- باشا، أحمد فؤاد. (2005م)، في التنوير العلمي، ط1، دار الفكر العربي: القاهرة.
- باكير، محمود. (1997م)، الفكر المنطقي عند جورج بول، مجلة مجلة المعرفة، 402، (أذار / مارس).
- باكير، محمود. (2016م)، "فلسفة الإيمان من منظور رياضي"، مجلة الفيصل العلمية، 50-51، 112-127، (أيلول / سبتمبر).
- باكير، محمود. (2022م)، الرياضيات حرفة عقلية، ط1، المركز العربي للأبحاث ودراسة السياسات: قطر.
- بريزنسكي، كلود. (2015م)، تاريخ العلوم اختراعات واكتشافات وعلماء، ط1، ترجمة: سارة رجائي يوسف، مؤسسة هنداوي للتعليم والثقافة: القاهرة.
- بن العباس، عبد الله الجارري. (1961م)، تقدم العرب في العلوم والصناعات، ط1، دار الفكر العربي: القاهرة.
- هوارى، شادلي. (2023م)، الدلالة الفلسفية للمقاييس، مجلة مقاربات فلسفية، 10(1)، 87-103.
- هيام بنت ناصر الصبيح. (2024م)، أثر تدريس وحدات تعليمية مقترحة في الهندسة غير الإقليدية، المجلة السعودية لعلوم التربية، 14، الرياض.
- زكريا، هاشم زكريا. (1970م)، فضل الحضارة الإسلامية والعربية على العالم، ط1، دار نهضة مصر: القاهرة.
- الطوسي، نصير الدين. (1418هـ-1997م)، تحرير الأصول لإقليدس، د ط، إعادة طبعة روما 1594م، معهد تاريخ العلوم العربية الإسلامية: فرانكفورت.
- طوقان، قدري حافظ. (1960م)، العلوم عند العرب، ط1، القاهرة: مكتبة مصر.
- طوقان، قدري حافظ. (2018م)، تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك، د ط، وكالة الصحافة العربية ناشرون: القاهرة.
- الطويل، توفيق. (1968م)، العرب والعلم في عصر الإسلام الذهبي، ط1، دار النهضة العربية: القاهرة.
- كرم، يوسف. (2012م)، تاريخ الفلسفة اليونانية، د ط، مؤسسة هنداوي للتعليم والثقافة: القاهرة.

- ماكليش، جون. (1999م)، العدد من الحضارات القديمة حتى عصر الكمبيوتر، ترجمة: خضري الأحمد وموفق دعبول، سلسلة عالم المعرفة: 251، المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب: الكويت.
- مجمع اللغة العربية. (1425هـ-2004م)، المعجم الوسيط، ط4، مكتبة الشروق الدولية: القاهرة.
- مجموعة من المؤلفين. (2005م)، موسوعة تاريخ العلوم العربية، ط2، إشراف: رشدي راشد، ج1، مركز دراسات الوحدة العربية: بيروت.
- محمود، حربي وآخرون. (1995م)، العلوم عند العرب أصولها وملاحمها الحضارية، د ط، دار النهضة العربية للطباعة والنشر: بيروت.
- منتصر، عبد الحليم. (1990م)، تاريخ العلم ودور العلماء العرب في تقدمه، ط8، دار المعارف: القاهرة.
- موراني، حميد. (1974م)، قراءات في تاريخ العلوم عند العرب، دط، مؤسسة دار الكتاب للطباعة والنشر: العراق.
- نسبيت. ريتشارد أى. (2014م)، جغرافية الفكر كيف يفكر الغربيون والآسيويون على نحو مختلف، ط1، ترجمة: شوقي جلال، المركز القومي للترجمة: القاهرة.
- نعوم، تشوميسكي. (2009م)، آفاق جديدة في دراسة اللغة والعقل، ط1، ترجمة: عدنان حسن، دار الحوار للنشر والتوزيع: سورية.
- سارتون، جورج. (2010م)، تاريخ العلم: العلم والحضارة الهلستينية في القرون الثلاثة الأخيرة قبل الميلاد، د ط، ترجمة محمد خلف الله أحمد وآخرون، المركز القومي للترجمة: القاهرة.
- سعيديان، أحمد سليم. (1991م)، هندسة إقليدس في أيد عربية، د ط، دار البشير للنشر والتوزيع: عمان.
- سيد جابر، عبد الحميد. (2022م)، استخدام الأنشطة الإلكترونية التفاعلية لتدريس الهندسة، كلية الشريعة، جامعة أسيوط: مصر.
- عبد العزيز، محمد الحسيني. (1973م)، الحياة العلمية في الدولة الإسلامية، ط1، وكالة المطبوعات: الكويت.
- عطية، أحمد عبد الحليم. (1991م)، دراسات في تاريخ العلوم عند العرب، د ط، دار الثقافة للنشر والتوزيع: القاهرة.
- فارس، محمد. (1993م)، موسوعة علماء العرب والمسلمين، ط1، المؤسسة العربية للدراسات والنشر: بيروت.
- فروخ، عمر. (1390هـ-1970م)، تاريخ العلوم عند العرب، د ط، دار العلم للملايين: بيروت.
- الفيروز آبادي، مجد الدين محمد بن يعقوب. (1426هـ-2005م)، القاموس المحيط، ط8، مؤسسة الرسالة للطباعة والنشر والتوزيع: بيروت.
- راشد، رشدي. (2011م)، دراسات في تاريخ العلوم العربية وفلسفتها، ط1، مركز دراسات الوحدة العربية: بيروت.
- راشدي، رشدي. (1998م)، الجبر والهندسة في القرن الثاني عشر مؤلفات شرف الدين الطوسي، ط1، مركز دراسات الوحدة العربية: بيروت.

- A group of authors. (2005). *Encyclopedia of the History of Arab Sciences* (2<sup>nd</sup> ed.). Center for Arab Unity Studies: Beirut.
- Abdulaziz, M. A. (1973 AD). *Scientific Life in the Islamic State*. Publications Agency: Kuwait.
- Al-Fayrouzabadi, M. M Y. (1426 AH-2005 AD). *The Ocean Dictionary* (8<sup>th</sup> ed.). Al-Resala Foundation for Printing, Publishing and Distribution: Beirut.
- Al-Jarari, A. A. (1961 AD). *The Progress of the Arabs in Science and Industries*. Dar Al-Fikr Al-Arabi: Cairo.
- Al-Subaih, H. B. N. (2024)0. The Impact of Teaching Proposed Educational Units in Non-Euclidean Geometry. *Saudi Journal of Educational Sciences*, (14), Riyadh.
- Arabic Language Academy (1425 AH-2004 AD). *The Intermediate Dictionary* (4<sup>th</sup> ed.). Al-Shorouk International Library: Cairo.
- Attia, A. A. H. (1991). *Studies in the History of Science among the Arabs*. Dar Al-Thaqafa for Publishing and Distribution: Cairo.
- Bakir, M. (1997). The Logical Thought of George Paul. *Journal of Knowledge Magazine (Syria)*, Syrian General Book Authority, (402).
- Bakir, M. (2016). The Philosophy of Faith from a Mathematical Perspective. *Al-Faisal Scientific Journal*, 50(51), 112-127.
- Bakir, M. (2022). *Mathematics is a Mental Craft*. Arab Center for Research and Policy Studies: Qatar.
- Brzezinski, C. (2015), *History of Science: Inventions, Discoveries and Scientists* (S. Rajai Youssef, trans.). Hindawi Foundation for Education and Culture: Cairo.
- Chomsky, N. (2009). *New Horizons in the Study of Language and Mind* (A. Hassan, trans.). Dar Al-Hiwar for Publishing and Distribution: Syria.
- Fares, M. (1993). *Encyclopedia of Arab and Muslim Scholars*. Arab Institute for Studies and Publishing: Beirut.
- Farroukh, O. (1390 AH-1970 AD). *History of Science among the Arabs Dr. I*. Dar Al-Ilm Li Malayin: Beirut.
- Hawari, Chadley, H. (2023). The Philosophical Significance of Assay. *Journal of Philosophical Approaches*, 10(1), 87-103.
- Ibn al-Qadi, M. (1971). *Ibn Al-Hajjal in the Names of Men*. Dar Al-Turath: Cairo.
- Ibn Khaldun, A. R. (1348 AH-1930 AD). *Introduction*. Dat, Cairo: Al-Azhar Press
- Karam, J. (2012). *History of Greek Philosophy*. Hindawi Foundation for Education and Culture: Cairo.
- Mahmoud, H. et al. (1995). *Science among the Arabs: Its Origins and Civilizational Features, Dr. I*. Dar Al-Nahda Al-Arabiya for Printing and Publishing: Beirut.
- McLeech, J. (1999). *The Number of Ancient Civilizations until the Computer Age* (K. Al-Ahmed & M. Daaboul, trans.). National Council for Culture, Arts and Letters: Kuwait.
- Montaser, A. H. (1990 AD). *The History of Science and the Role of Arab Scientists in its Progress* (8<sup>th</sup> ed.). Dar Al-Maaref: Cairo.
- Mourani, H. (1974). *Readings in the History of Science among the Arabs, Dat*. Dar Al-Kitab Foundation for Printing and Publishing: Iraq.
- Nesbitt, R. A. (2014). *The Geography of Thought: How Westerners and Asians Think Differently* (S. Galal, trans.). National Center for Translation: Cairo.
- Pasha, A. F. (1403 AH-1983 AD). *The Scientific Heritage of Islamic Civilization and its Place in the History of Science and Civilization*. Dar Al-Maaref: Cairo.
- Pasha, A. F. (1434 AH-2013 AD). *Dictionary of Scientific Terms in the Islamic Heritage*. Misr University for Science and Technology: Cairo.
- Pasha, A. F. (2005). *In Scientific Enlightenment*. Dar Al-Fikr Al-Arabi: Cairo.
- Rashidi, R. (1998 AD). *Algebra and Geometry in the Twelfth Century Books by Sharaf al-Din al-Tusi*. Center for Arab Unity Studies: Beirut.

- Rushdie, R. (2011). *Studies in the History and Philosophy of Arab Sciences*. Center for Arab Unity Studies: Beirut.
- Saidan, A. S. (1991). *Euclid's Engineering in Arab Hands, Dr. I*. Dar Al-Bashir for Publishing and Distribution: Amman.
- Sarton, G. (2010). *History of Science: Science and Hellenistic Civilization in the Last Three Centuries BC, Dr. I, Part 4* (M. K. Ahmed et al., trans.). National Center for Translation: Cairo.
- Sayed, J, A. (2022). *Using Interactive Electronic Activities to Teach Engineering*. Assiut University: Egypt.
- Taweel, T. (1968 AD). *Arabs and Science in the Golden Age of Islam*. Dar Al-Nahda Al-Arabiya: Cairo.
- Toukan, Q. H. (1960 AD). *Science among the Arabs*. Cairo: Egypt Library.
- Toukan, Q. H. (2018). *The Scientific Heritage of the Arabs in Mathematics and Astronomy*. Arab Press Agency Publishers: Cairo.
- Tusi, N. (1418 AH-1997 AD). *Editing the Origins of Euclid, d. I, Rome reedition 1594 AD*. Institute for the History of Arab-Islamic Sciences: Frankfurt.
- Zakaria, H. Z. (1970 AD). *The Virtue of Islamic and Arab Civilization over the World*. Dar Nahdet Misr: Cairo.

الإستشهاد بهذا المقال حسب أسلوب APA :

بعيرة، عقيلة. (2024). النصوص العربية المؤسسة للهندسة الإقليدية كتاب تحرير أصول الهندسة والحساب لإقليدس - أنموذجا - . مجلة أطراس، 5(2)، 380-363